Modul Geometrie 12. November 2008
Wintersemester 2008-2009
Schmale

Aufgaben

(12) Satz des Thales dreidimensional. [6] Sei K ein Körper und seien $\Gamma, \Gamma', \Gamma''$ drei verschiedene parallele Ebenen in K^3. Formulieren Sie eine zum Satz des Thales in K^2 aus der Vorlesung analoge Aussage für zwei in ihrer Lage geeignet zu beschränkende Geraden Δ_1, Δ_2 und beschreiben Sie ausführlich die analoge Beweisstrategie. Geben Sie die dabei auftretende affine Abbildung genau an.

(13) Eine Punktfolge am Dreieck. Sei K ein Körper und seien a, b, c drei nicht kollineare Punkte in $K^n, n \geq 2$. Um die Beschreibung der folgenden Konstruktion zu vereinfachen machen wir aus den drei Punkten zunächst eine zyklische Punktfolge. Es sei $x_1 = a, x_2 = b, x_3 = c$ und $x_i = x_{i-3}$ für $i \geq 4$. Damit lässt sich die Punktfolge $\big(p_k\big)_{k\geq 0}$, die in dieser Aufgabe untersucht werden soll, wie folgt erklären:

$$\begin{gathered} p_0 \text{ beliebig in } x_1 \vee x_2 \\ \text{und für } k \geq 1: \\ p_k := \big(x_{2k+1} \vee x_{2k+2}\big) \cap \big(p_{k-1} + \langle \overrightarrow{x_{2k+3}x_{2k+4}} \rangle_K \big). \end{gathered}$$

Zeigen Sie: Die Folge $\big(p_k\big)_{k\geq 0}$ ist zyklisch und zwar gilt für $k \geq 0$

$$p_{6k} = p_0 \ .$$

Machen Sie sich ruhig zuerst eine Skizze für eine Ihnen vertraute Situation, z.B. wenn K Unterkörper von $\mathbb{R}$ ist. Bei der Lösung hilft die Betrachtung von Teilverhältnissen. Ein Applet zur Aufgabe finden Sie auf der Vorlesungsseite im Internet.

---

[6] Die Variante für beliebige Dimension ≥ 2 finden Sie z.B. in dem bereits zu Beginn der Vorlesung erwähnten Buch „Geometry“ von Marcel Berger, 3.Auflage, Springer 2004. Original: Géométrie, Vol. 1-5, Nathan, Paris, 1977